

5. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник, т.3, под редакцией И.А.Биргера, Я.Г.Пановко.-М.:Машиностроение,1968г.-568с.
6. Тищенко В.Н. Колебания призматического стержня. Сб. Динамические системы, вып.16 – Симферополь:КФТ,2000г.-с.98-106.

Поступила в редколлегию 06.09.2001 г.

УДК 539.3:620.17

Ю. А. КОСТАНДОВ, канд.физ.-мат. наук, А. Н. РЫЖАКОВ, канд.физ.-мат. наук,  
И. Е. ШИПОВСКИЙ, канд.физ.-мат. наук, Таврический нац.ун-т

### **ВЗАИМОСВЯЗЬ КРИТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА КВАЗИХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ НА- ГРУЖЕНИИ.**

Предложена методика определения величин критических параметров процесса квазихрупкого разрушения и рассмотрены характерные особенности поведения стационарных трещин при импульсном нагружении. Развита концепция единого подхода к описанию статического и динамического процессов хрупкого и квазихрупкого разрушения. Выводы находятся в хорошем качественном соответствии с экспериментально наблюдаемыми закономерностями поведения критических параметров процесса разрушения.

Механика разрушения традиционно использует различные подходы при изучении процесса квазистатического и динамического разрушения. Это связано с наличием экспериментальных данных, подтверждающих качественные отличия в поведении материалов, содержащих дефекты типа трещин при медленном и быстром нагружении.

В отличие от квазистатического нагружения, при котором критическая величина коэффициента интенсивности напряжений ( $K_c^s$ ) является характеристикой материала, при нагружении с высокими скоростями на характер разрушения начинают влиять скорость нагружения и форма нагружающего импульса. Однако, как статическое, так и динамическое разрушение можно представлять как последовательность элементарных актов разрыва межатомных или межмолекулярных связей. Особенности процесса разрушения при динамическом нагружении должны быть связаны с необходимостью учета изменения нагрузки во времени, инерционных эффектов и конечностью скорости формирования зоны повышенных напряжений в области вершины трещины.

Согласно термофлуктуационной теории разрушения Журкова

[1], основной причиной хрупкого и квазихрупкого разрушения является тепловое колебательное движение атомов, а приложенная к межатомным связям нагрузка лишь активизирует этот процесс. Развитие этого положения привело к разработке одноуровневой молекулярной модели трещины [2], согласно которой в вершине трещины при нагружении происходит последовательный разрыв связей, сопровождающийся затратой энергии на преодоление потенциального барьера  $U_0$ . Исходя из статистического распределения Больцмана, предполагая постоянство нагрузки во времени, можно получить статический критерий разрушения:

$$t = t_c ; t_c = A_0 \exp\left(\frac{U_0 - v_A b}{kT} s\right), \quad (1)$$

где  $t$  - время нагружения трещины,  $t_c$  - долговечность атомарных связей при статическом нагружении интенсивности  $s$ ,  $U_0$  - энергия активации процесса разрушения;  $T$  - абсолютная температура;  $b$  - коэффициент перенапряжения;  $v_A$  - флуктуационный объем;  $s$  - растягивающее берега трещины напряжение;  $A_0$  - период колебания атомов.

Подход (1) можно использовать и при описании динамических процессов, если переменное напряжение  $s(t)$  разбить на ряд элементарных постоянных напряжений  $s_i$ , действующих в течение следующих друг за другом настолько малых промежутков времени  $\Delta t_i (i = \overline{1, n})$ , что  $s(\Delta t_i)$  можно считать постоянным и равным  $s_i$ . Тогда вероятность разрыва атомарных связей в области вершины трещины за время  $\Delta t_i$  равна

$$P_i = \frac{\Delta t_i}{t_{ic}}. \quad (2)$$

Записывая (2), полагаем, что вероятность разрыва связей не зависит от положения промежутка  $\Delta t_i$  на оси времени, а только от его длительности.

Вероятность разрыва за период времени  $t = \sum_{i=1}^n \Delta t_i$ :

$$P(t) = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta t_i}{t_i}. \quad (3)$$

За критическое время  $t_c$  разрыв связей произойдет с вероятностью  $P(t_c) = 1$ . При  $\Delta t_i \rightarrow 0$  получаем критерий динамического разрушения:

$$t = t_c ; \int_0^{t_c} \frac{dt}{t(t)} = 1. \quad (4)$$

Критерий динамического разрушения (4) является естественным обобщением статического критерия (1). Чтобы использовать (4) для анализа процесса динамического разрушения необходимо знать молекулярные константы нагружаемого материала, а также величины  $b$  и  $s(t)$ , которые являются параметрами механики разрушения.

В случае нормального отрыва коэффициент перенапряжения  $b$  может быть задан в виде

$$b = \frac{K_I^d(t)}{\sqrt{2pl_*s(t)}}, \quad (5)$$

где  $l_*$  - характерное расстояние между связями, воспринимающими растягивающую нагрузку. Согласно (5), при динамическом нагружении  $b$  является функцией времени. Тогда динамический критерий разрушения запишется в виде:

$$t = t_c; \quad \int_0^{t_c} \frac{dt}{\exp[(u_0 - v_A K_I^d(t) / \sqrt{2pl_*}) / kT]} = A_0. \quad (6)$$

Для определения величины  $t_c$  по формуле (6), необходимо знать  $K_I^d(t)$ , что в общем случае предполагает решение нестационарной динамической задачи. В случае нагружающего импульса произвольной формы и конечной длины трещины строгое аналитическое решение получить достаточно сложно. В [3], исходя из соображения энергетического баланса и конечности времени формирования зоны повышенных напряжений в окрестности вершины трещины, предложено эмпирическое соотношение для определения величины динамического коэффициента интенсивности напряжений  $K_I^d(t)$ :

$$K_I^d(t) = \left[ \frac{3p(1+j(t))}{j(t)t} \int_0^{l_k} dl \int_0^{t_k} s^2(t) dt \right]^{1/2}, \quad (7)$$

где  $s(t)$  - растягивающая компонента тензора напряжений в импульсе нагрузки;  $j(t)$  - коэффициент динамичности нагрузки;  $l_k$  - длина участка свободной поверхности трещины, с которого энергия поступает в зону повышенных напряжений к моменту времени  $t$ ;  $t_k$  - время, по прошествии которого с малого участка поверхности трещины  $dl$  энергия не попадает в область перенапряжений.

Выражения (6) и (7) образуют систему для нахождения критического времени разрушения  $t_c$ , критического разрывного разрушения  $s_c = s(t_c)$  и  $K_{Ic}^d = K_I^d(t_c)$  в случае хрупкого динамического разрушения.

При изучении квазихрупкого разрушения необходимо учитывать возможность протекания релаксационных процессов в области вершины трещины. Вид релаксационного процесса и способ его описания зависят от исследуемого материала. В частности, при моделировании магистральной трещины в твердых полимерах ряд входящих в (6) параметров материала могут зависеть от скорости нагружения  $\dot{\sigma}(t)$  и температуры  $T$ . Тип процесса разрушения (хрупкое или квазихрупкое) зависит от условий проведения эксперимента, определяющих величину так называемой температуры хрупкости  $T_{XP}$ , при переходе через которую в зоне повышенных напряжений начинает проявляться вынужденная высокоэластическая деформация. Данный релаксационный процесс следует рассматривать как макроскопическое проявление молекулярной подвижности различных участков макромолекул (сегментов и субцепей) и элементов надмолекулярных структур при изменении температуры. Релаксационный процесс характеризуется определенной энергией активации  $u_i$  и характерным временем протекания релаксационного процесса  $t_p$ :

$$t_p = B \exp(u_p / kT), \quad (8)$$

где коэффициент  $B$  для простых кинетических единиц (атомов, атомных групп и сегментов) имеет смысл периода колебаний кинетической единицы около положения равновесия.

Степень влияния релаксационного процесса на развитие процесса разрушения зависит от соотношения времени релаксации  $t_p$  и времени, характеризующего элементарный акт разрушения  $t_c$ . Если  $t_c < t_p$ , что наблюдается при низких температурах, то в вершине трещины вынужденная высокоэластическая деформация не успевает развиться до проявления акта разрушения. Если же  $t_p < t_c$ , то в вершине трещины сначала будут развиваться высокоэластическая деформация, а затем происходить разрыв полимерных цепей. Отсюда следует, что температура хрупкости  $T_{XP}$  соответствует условию  $t_p = t_c$ . Энергия активации релаксационного процесса  $u_p$  повышает потенциальный барьер  $U_0$  процесса разрушения, величина которого с учетом возможности высокоэластичной деформации будет зависеть от температуры:

$$U_0(T) = u_0 + u_p H(t - t_p(T)), \quad (9)$$

где  $H$  - функция Хевисайда. Необходимые для количественного анализа релаксационного процесса величины параметров  $u_p, B$  могут быть найдены по данным корреляционных диаграмм  $(\lg(t_p), T)$ . Так из корреляционной диаграммы полиметилметакрилата (ПММА) [4] следует, что при динамическом нагружении в диапазоне температур

$T = 273 \div 350^0 K$  наибольшее влияние на процесс разрушения оказывает релаксационный процесс, связанный с движением метилэфирных боковых групп ( $u_p = 9,5 \cdot 10^{-20}$  Дж;  $B = 9,76 \cdot 10^{-15}$  с). Развитие процесса высокоэластической деформации с повышением температуры означает увеличение относительной подвижности отдельных полимерных цепей и их сегментов. Увеличение подвижности полимерных цепей обуславливает возможность их квазинезависимого разрыва, что приводит к уменьшению флуктуационного объема  $v_A$  и величины  $U_0$ . По данным [2], ниже температуры хрупкости  $T_{XP}$ , энергия активации процесса разрушения ПММА  $U_0 = 1,25 \cdot 10^{-18}$  Дж, термофлуктуационный объем  $v_A = 14,4 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3$ , выше  $T_{XP}$  -  $U_0 = 2,23 \cdot 10^{-18}$  Дж,  $v_A = 4,8 \cdot 10^{-28} \text{ м}^3$ . Учитывая изменение  $U_0$  и  $v_A$  при переходе через температуру хрупкости, запишем систему (9) в виде:

$$\begin{cases} u_0(T) = U_0 + u_p H(t - t_p(T)) - u_{01} H\left(T - \frac{u_p}{k \ln(t/B)}\right) \\ v_A(T) = v_A - v_{A1} H\left(T - \frac{u_p}{k \ln(t/B)}\right) \end{cases} \quad (10)$$

Для ПММА  $v_{A1} = 9,6 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3$ ;  $u_{01} = 1,03 \cdot 10^{-18}$  Дж.

Уравнения (6), (7) и (10) образуют нелинейную систему, из решения которой можно определить критические величины параметров процесса разрушения при произвольном импульсном нагружении:  $K_{Ic}^d, s_c, s_m, T_{XP}, t_c$ .

Для получения количественных результатов рассмотрим нагружение одиночной трещины конечной длины в пластине ПММА симметричным треугольным импульсом растяжения. В случае длинных импульсов для определения  $K_I^d$  используем соотношение (7). При нагружении трещины короткими импульсами  $t_{им} < L_0 / 2c_{2p}$  ( $t_{им}$  - длительность импульса;  $c_{2p}$  - скорость продольных волн в пластине), можно считать ее полубесконечной. Тогда для нахождения зависимости  $K_I^d(t)$  можно воспользоваться методом Фурье-разложения нагружающего импульса. Тогда величина  $K_I^d$  дается выражением:

$$K_I^d(t) = \frac{8}{3} \sqrt{\frac{p}{2}} \frac{c_2}{c_1} \frac{\sqrt{c_1^1 - c_2^2}}{\sqrt{c_1}} \left[ t^{1,5} + 2(t_0 \sqrt{t-t_0} - t \sqrt{t-t_0}) H(t-t_0) + (t \sqrt{t-2t_0} - 2t_0 \sqrt{t-t_0}) H(t-2t_0) \right], \quad (11)$$

где  $c_i, (i=1,2)$  - скорости продольных и поперечных волн в материале образца;  $t_0$  - время нарастания импульса.

Система уравнений (6,7,10,11) решалась численным методом для случаев трещин различной длины ( $L_0 = 0,02; 0,01; 0,005 м$ ), нагружаемых импульсами с различными скоростями нарастания нагрузки ( $s_m / t_0 = 1 \cdot 10^5 \div 1 \cdot 10^7 МПа / с$ ) при различной температуре ( $T = 300^0, 330^0 K$ ). Анализ полученных результатов позволил установить некоторые закономерности поведения стационарных трещин при импульсном нагружении.

В рамках предлагаемой модели получена зависимость (рис. 1) критической величины динамического КИН  $K_{Ic}^d$  от скорости изменения нагрузки в импульсе растяжения  $\dot{\sigma}$ , из которой следует общий вывод о возрастании  $K_{Ic}^d$  с ростом  $\dot{\sigma}$  и уменьшении критического времени разрушения  $t_c$  по мере роста  $\dot{\sigma}$  (рис. 2).

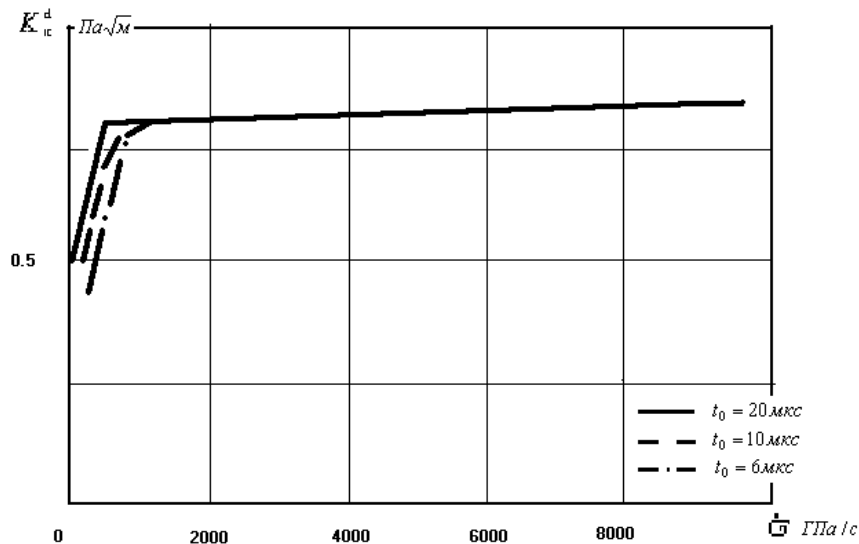


Рис. 1. Зависимость критической величины динамического КИН  $K_{Ic}^d$  от скорости изменения нагрузки в импульсе растяжения  $\dot{\sigma}$ .

Точки перегиба на зависимостях ( $K_{Ic}^d, \dot{\sigma}$ ); ( $t_c, \dot{\sigma}$ ) соответствует равенству между заданной температурой проведения испытания и  $T_{XP}$ , которая зависит от материала образца и условий его нагружения.

Одним из принципиальных выводов предлагаемой модели является возможность начала процесса разрушения на ниспадающей ветви

импульсной нагрузки, при достаточно низких значениях  $K_{Ic}^d$  и  $S_c$ . Этим обстоятельством объясняется факт уменьшения  $K_{Ic}^d$  и увеличения  $t_c$  при заданной  $\mathcal{E}$  при уменьшении длительности импульса, если разрушение происходит при температуре выше температуры хрупкости. Аналогичные выводы об увеличении значений критических параметров  $K_{Ic}^d$  и  $S_c$  с ростом  $\mathcal{E}$  и сложной их зависимости от предыстории нагружения сделаны на основе анализа экспериментальных данных, полученных в [5].

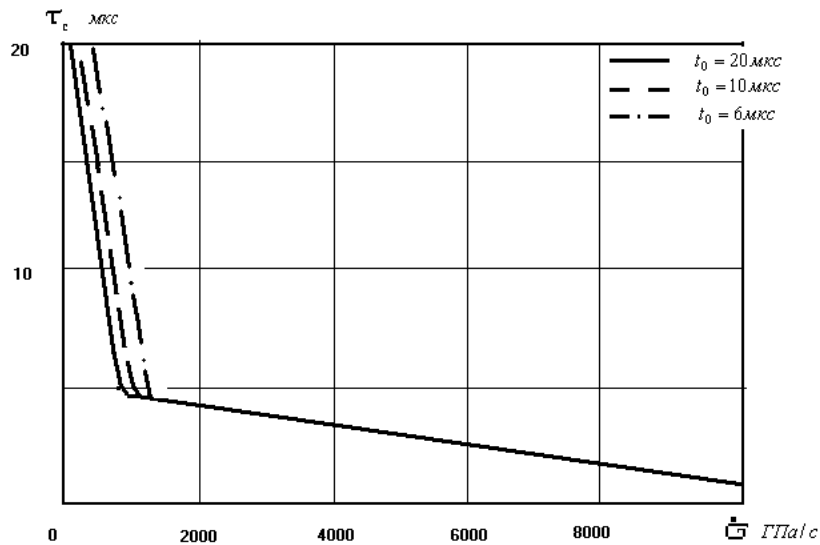


Рис. 2. Критическое время разрушения  $t_c$  в зависимости от  $\mathcal{E}$ .

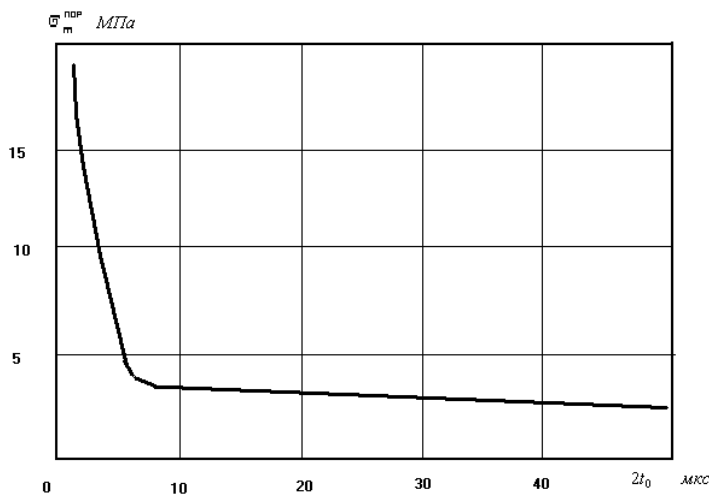
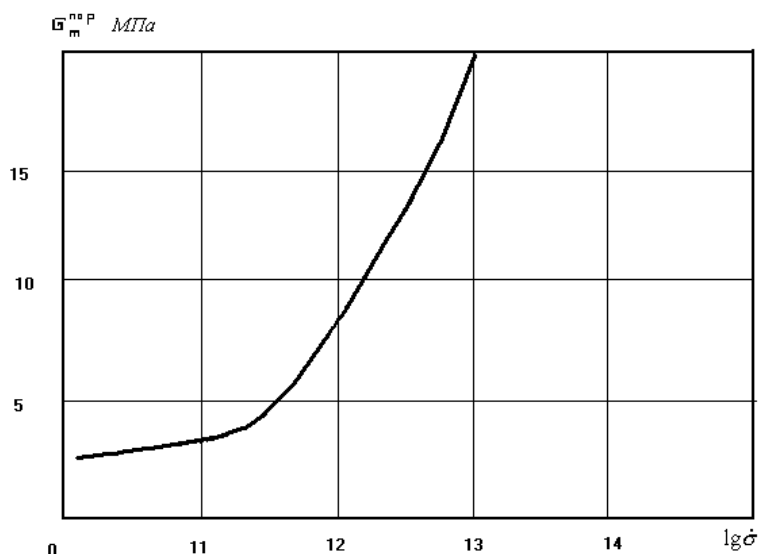


Рис. 3. Зависимость минимальной разрушающей амплитуды  $S_m^{nop}$  импульсов нагрузки от длительности импульса растяжения.

Анализ численных данных приводит к выводу о существовании пороговых (с минимальной разрушающей амплитудой  $S_m^{nop}$ ) импульсов нагрузки. Расчеты свидетельствуют об увеличении  $S_m^{nop}$  с ростом скорости нагружения и уменьшением длительности импульса растяжения (рис. 3,4).



**Рис. 4.** Зависимость минимальной разрушающей амплитуды  $S_m^{nop}$  импульсов от скорости изменения нагрузки в импульсе растяжения  $\dot{\sigma}$ .

В [6] Кальтхоффом отмечено, что в отличие от квазистатики, для которой характерно уменьшение разрушающего напряжения  $S_c^S$  по мере увеличения длины трещины, кривые неустойчивости ( $S_c^d, l$ ) трещины при постоянной длительности импульса напряжений быстро падают при коротких длинах трещин, а затем приближаются к постоянному значению  $S_c^d$  для достаточно длинных трещин.

На рис. 5 представлена зависимость ( $S_c^d, l$ ), подтверждающая качественные выводы [6]. Постоянство  $S_c^d$  для длинных трещин объясняется тем, что критические значения параметров достигаются до того, как длина поверхности стока энергии  $l_k$  примет значение  $l_k = L_0 / 2$ .

Предлагаемая методика определения величин критических параметров процесса разрушения имеет строгое физическое обоснование и позволяет в рамках единой концепции описать протекание процессов хрупкого и квазихрупкого разрушения материалов с дефектами типа



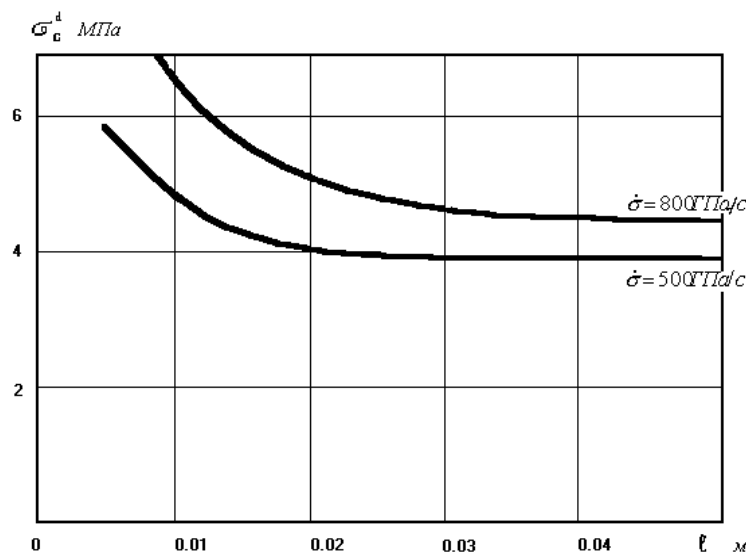


Рис. 5. Зависимость критического разрушающего напряжения  $\sigma_c^d$  импульсов от длины трещины  $l$ .

трещин при динамическом и статическом нагружении. Ее выводы находятся в хорошем качественном соответствии с экспериментально наблюдаемыми закономерностями поведения критических параметров процесса разрушения.

#### Список использованной литературы

1. Бартенев Г.М. Прочность и механизм разрушения полимеров. - М.: Химия, 1984. - 280 с.
2. Бартенев Г.М. Сверхпрочные и высокопрочные неорганические стекла. - М.: Стройиздат, 1974. - 240 с.
3. Костандов Ю.А., Рыжаков А.Н., Шиповский И.Е. Напряженно-деформированное состояние и энергетические потоки в пластине со стационарной трещиной при импульсном нагружении // Проблемы прочности. - 2000.- №4.- С. 128-139.
4. Бартенев Г.М., Зеленев Ю.В. Физика и механика полимеров. - М.: Высшая школа, 1983. - 391 с.
5. Knauss W.G., Ravi-Chandar K. Some basic problem in stress wave dominated fracture // Int. J. of Fract.- 1984.- Vol.25, № 4.- P. 247 - 262.
6. Shockey D.A., Kalthoff J.F., Homma H. Response of cracks to short pulse loading // Workshop on Dynamic Fracture. - Pasadena: California Institute of Technology. - Feb. 17-18. - 1983.

Поступила в редколлегию 19.03.2001 г.