

степеневих залежностей амплітуди від часу, які притаманні для згасаючої фази процесу.

V.N. Tishchenko. **The general approximation of the seismogrammes' amplitude characteristic.**

SUMMARY. The functional for nonlinear approximation of the amplitude characteristic of real earthquake records to get a linear system of algebraic equations concerning unknown parameters of the approximating functions. The example of constructing of exponential amplitude dependences on the time, typical for damping phase of the process, are offered.

Список использованной литературы

1. Уизем Дж. Дж. Линейные и нелинейные волны – М.: Мир, 1977. – 621с.
2. Эконометрика, Учебник/ Под ред. И. И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 344с.
3. Сейсморазведка (справочник геофизика) / Под ред. И. И. Гурвича, В. П. Номоконова – М.: «Недра», 1981. – 464с.
4. Новацкий В.В. Теория упругости – М.: «Мир», 1975. – 872с.

Поступила в редколлегию 19.06.03

УДК 517.98

И.В. ОРЛОВ, канд. физ.-мат. наук, Таврический нац. ун-т

ТЕОРЕМА МАККИ-АРЕНСА ДЛЯ ПРОЕКТИВНО-ИНДУКТИВНОЙ ДВОЙСТВЕННОСТИ

Теорема Макки-Аренса о топологиях, согласованных с двойственностью, перенесена на проективные оснащения проективных шкал пространств, согласованные с проективно-индуктивной двойственностью.

0. Введение. Предварительные сведения

Шкалы пространств находят широкое применение в современном анализе и его приложениях (см., например, [1]–[8]), что делает актуальной задачей перенос основных конструкций классического функционального анализа на анализ в шкалах пространств.

В работах [9]–[10] исследована двойственность индуктивных шкал и теорема Макки-Аренса перенесена на случай индуктивных

шкал локально выпуклых пространств (ЛВП). Однако замкнутая конструкция теории двойственности шкал требует исследования двойственности проективных и индуктивных шкал. В [11] классические теоремы Банаха и Банаха-Гротендика перенесены на случай двойственности проективных и индуктивных шкал пространств. На базе этой техники в настоящей работе получен критерий согласованности проективного оснащения проективной шкалы ЛВП с проективно-индуктивной двойственностью.

Ближайшей перспективой исследований в данном направлении является изучение индуктивных оснащений шкал ЛВП, перенос упомянутых выше результатов на все типы двойственности шкал пространств и детальное изучение приложений в области обобщенных решений уравнений математической физики. Приведем необходимые определения.

Определение 0.1. Система векторных пространств $\overset{\cdot}{E} = \{E_i\}_{i \in I}$, индуктивно упорядоченная по вложению:

$$(i_1 \leq i_2) \Rightarrow (E_{i_1} \subseteq E_{i_2}) \quad (1)$$

называется *индуктивной шкалой* пространств; система векторных пространств $\vec{F} = \{F^j\}_{j \in J}$, проективно упорядоченная по вложению:

$$(j_1 \leq j_2) \Rightarrow (F^{j_2} \subseteq F^{j_1}) \quad (2)$$

называется проективной шкалой пространств (множества I и J индуктивно упорядочены). Если пространства шкал снабжены локально выпуклыми топологиями и вложения (1)–(2) непрерывны, то мы будем говорить, соответственно, об *индуктивной и проективной шкале ЛВП*. Шкала *линейна*, если порядок во множестве индексов линейен.

Другие определения, связанные со шкалами, см. в [5,6,14].

Всюду далее $\overset{\cdot}{E} = \{E_i\}_{i \in I}$ – индуктивная шкала пространств, $\vec{F} = \{F^j\}_{j \in J}$ – проективная шкала пространств.

1. Проективно-индуктивная двойственность

Определение 1.1. Будем говорить, что задана двойственность $\langle \vec{F}, \overset{\cdot}{E} \rangle$, если для любого $j \in J$ найдется такое $i \in I$, для которого определена двойственность $\langle F^j, E_i \rangle$, причем

$$(j_1 \leq j_2, i_1 \leq i_2) \Rightarrow \left(\langle F^{j_2}, E_{i_1} \rangle = \langle F^{j_1}, E_{i_2} \rangle \Big|_{F^{j_2} \times E_{i_1}} \right).$$

Многозначное отображение

$$d(j) = \{i \in I \mid \text{задана двойственность } \langle F^j, E_i \rangle\}$$

назовем *дуальным индексом* двойственности $\langle \overset{\circ}{F}, \overset{\circ}{E} \rangle$; будем использовать запись $\langle \overset{\circ}{F}, \overset{\circ}{E} \rangle_d$. Двойственность *замкнута*, если $\bigcup_{j \in J} d(j) = I$.

Замечание 1.2. Таким образом, *проективно-индуктивная двойственность* $\langle \overset{\circ}{F}, \overset{\circ}{E} \rangle_d$ представляет собой двойную шкалу билинейных форм $\{\langle F^j, E_i \rangle\}_{j \in J, i \in d(j)}$, проективную по первой переменной и индуктивную по второй. Дуальный индекс d является отображением $J \rightarrow \text{Int}(I)$, где $\text{Int}(I)$ – множество всех *интервалов* в I , т.е. подмножеств I , содержащих вместе с каждым своим элементом все предыдущие. Дополнения к интервалам в I назовем *лучами* и обозначим их множество через $\text{Ray}(I)$. Множество $\text{Int}(I)$ индуктивно упорядочено по вложению, и отображение $d : J \rightarrow \text{Int}(I)$ – возрастающее. Чтобы привести двойственность к замкнутой форме, достаточно заменить I на $I' = \bigcup_{j \in J} d(j)$.

Пример 1.3. Пусть $\overset{\circ}{F}$ – проективная шкала ЛВП с непрерывными плотными вложениями: $(j_1 \leq j_2) \Rightarrow (F^{j_2} \overset{d}{\subseteq} F^{j_1})$. Тогда, как хорошо известно [12–13], возникает естественное инъективное вложение сопряженных пространств в обратном порядке: $(j_1 \leq j_2) \Rightarrow (F^{j_1*} \overset{i}{\subseteq} F^{j_2*})$, т.е. соответствующая шкала сопряженных пространств $\overset{\circ}{E} = \{F^{j*}\}_{j \in J}$ будет индуктивной. Дуальный индекс двойственности $\langle \overset{\circ}{F}, \overset{\circ}{E} \rangle_d$ обладает свойством: $j \in d(j)$ при любом $j \in J$.

Отметим, что если $\overset{\circ}{F}$ – шкала рефлексивных банаховых пространств, то вложения в шкале $\overset{\circ}{E}$ – также плотные [13]. Обратное, если $\overset{\circ}{E} = \{E_i\}_{i \in I}$ – индуктивная шкала ЛВП с плотными вложениями, $\overset{\circ}{F} = \{E_i^*\}_{i \in I}$, то определена двойственность $\langle \overset{\circ}{F}, \overset{\circ}{E} \rangle_d$ со свойством $i \in d(i)$ при любом $i \in I$. В каждом из случаев возможен переход к слабым топологиям [14].

Перенесем на случай проективно-индуктивной двойственности важное в приложениях понятие отделимости.

Определение 1.4. Для заданной замкнутой двойственности $\langle \overset{\circ}{F}, \overset{\circ}{E} \rangle_d$ положим:

$$\begin{aligned} \ker \langle F^j | E_i \rangle_d &= \{f \in F^j \mid \langle f, E_i \rangle = 0\}; & (j \in J, i \in d(j)); \\ \ker \langle E_i | F^j \rangle_d &= \{x \in E_i \mid \langle F^j, x \rangle = 0\}; & (i \in I, d(j) \ni i). \end{aligned}$$

Назовем двойственность $\langle \overset{\bullet}{F}, \overset{\bullet}{E} \rangle_d$ отделимой по $\overset{\bullet}{F}$, если для любого $j \in J$:

$$\mathbf{I} \quad \ker \langle F^j | E_i \rangle = \{0\}, \text{ т.е. } \forall 0 \neq f \in F^j \exists i \in d(j) : \langle f, E_i \rangle \neq 0;$$

и отделимой по $\overset{\bullet}{E}$, если для любого $i \in I$:

$$\mathbf{I} \quad \ker \langle E_i | F^j \rangle = \{0\}, \text{ т.е. } \forall 0 \neq x \in E_i \exists j, d(j) \ni i : \langle F^j, x \rangle \neq 0.$$

Отметим, что в случае тривиальных (состоящих из одного пространства) шкал $\overset{\bullet}{F} = \{F\}$ и $\overset{\bullet}{E} = \{E\}$ отделимость двойственности в смысле определения 1.4 сводится к классической.

2. Проективное оснащение проективной шкалы ЛВП

Естественной двойственностью для ЛВП F является двойственность с топологическим сопряженным пространством F^* . В случае шкалы ЛВП возникает проблема разложения сопряженного пространства в шкалу. Решение этой проблемы связано с введением в каждом из пространств шкалы целого семейства топологий, образующих проективное оснащение шкалы. В случае индуктивных шкал ЛВП проективные оснащения рассмотрены в [9–10].

Определение 2.1. Пусть $\overset{\bullet}{F}_r = \{(F^j, r(F^j))\}_{j \in J}$ – проективная шкала ЛВП F^j с топологиями $r(F^j)$, заданными как проективные пределы:

$$r(F^j) = \varprojlim_{i \in r(j)} r_i(F^j),$$

где $r: J \rightarrow \text{Int}(I)$ возрастает, I индуктивно упорядочено. Если для любого $i \in I$ система $\{(F^j, r_i(F^j))\}_{j: i \in r(j)}$ также образует проективную шкалу ЛВП, то систему

$$r(\overset{\bullet}{F}) = \{r_i(F^j)\}_{j \in J, i \in r(j)}$$

назовем *проективным оснащением* шкалы $\overset{\bullet}{F}_r$, отображение r – *индексом* оснащения $r(\overset{\bullet}{F})$, пару $(\overset{\bullet}{F}_r, r(\overset{\bullet}{F}))$ – *проективно оснащенной шкалой*, проективные топологии $r(F^j)$ – топологиями, *порожденными оснащением* $r(\overset{\bullet}{F})$. Отношение порядка для оснащений определяется по координатно.

Определение 2.2. Пусть \vec{F}_r – проективная шкала ЛВП. В соответствии с общим определением согласованного семейства операторов на шкале ЛВП [6], назовем *проективной функциональной шкалой* на \vec{F} систему линейных непрерывных функционалов $\vec{\Lambda} = \{\Lambda^j \in F^{j*}\}_{j \in J'}$, где $J' =: J(\vec{\Lambda})$ – некоторый луч в J , удовлетворяющую условию:

$$(j_1 \leq j_2) \Rightarrow (\Lambda^{j_2} = \Lambda^{j_1} \upharpoonright_{F^{j_2}}); \quad (j_1, j_2 \in J').$$

Множество всех проективных функциональных шкал на \vec{F}_r обозначим \vec{F}_r^* и назовем (топологическим) сопряженным пространством к \vec{F}_r . Если \vec{F}_r – проективно оснащенная шкала ЛВП и $\vec{\Lambda} \in \vec{F}_r^*$, то для каждого $j \in J(\vec{\Lambda})$ найдется такое $i \in r(j)$, что $\Lambda^j \in (F^j, r_i(F^j))^*$. Мнозначное отображение

$$r(j) = \{i \in r(j) \mid \Lambda^j \in (F^j, r_i(F^j))^*\}$$

назовем *проективным индексом* $\vec{\Lambda}$ относительно оснащения $r(\vec{F}_r)$. Множество всех проективных индексов для \vec{F}_r^* обозначим $P(r)$.

Замечание 2.3. Проективный индекс r является отображением $J(\vec{\Lambda}) \rightarrow \text{Segm}(I)$, где $\text{Segm}(I)$ – множество всех *отрезков* в I , т.е. подмножеств I , содержащих вместе с любыми своими двумя элементами все промежуточные. Множество I индуктивно упорядочено противоположно вложению, и отображение $r: J(\vec{\Lambda}) \rightarrow \text{Segm}(I)$ – убывающее. Введем в $P(r)$ индуктивный порядок:

$$(r_1 \leq r_2) \Leftrightarrow (\forall j \in J(r_1) \cap J(r_2): r_1(j) \leq r_2(j)).$$

Определение 2.4. Пусть \vec{F}_r – проективно оснащенная шкала ЛВП. Для каждого проективного индекса $r \in P(r)$ положим

$$\vec{F}_r^{*r} = \{\vec{\Lambda} \in \vec{F}_r^* \mid r_s \leq r\}.$$

Разложение \vec{F}_r^* в индуктивную шкалу векторных пространств

$$\overrightarrow{F}_r^* = \{\vec{F}_r^{*r}\}_{r \in P(r)}$$

назовем *индуктивным разложением* пространства $\overset{\circ}{F}_r^*$ или *сопряженной шкалой* к шкале $\overset{\circ}{F}_r$.

3. Примеры проективных оснащений проективных шкал ЛВП

Рассмотрим некоторые примеры проективных оснащений.

Пример 3.1. Нормальное оснащение и нормальные индексы. Пусть F_r – произвольная проективная шкала ЛВП. Свяжем с каждой топологией $r(F^j)$ максимальное определяющее семейство попарно неэквивалентных преднорм $\{\|\cdot\|_{ji}\}_{i \in d(j)}$ и обозначим $\{I_i(F^j)\}_{i \in d(j)}$ семейство порождаемых ими топологий в F^j . Проективное оснащение $I(\overset{\circ}{F}) = \{I_i(F^j)\}_{j \in J, i \in d(j)}$ назовем *нормальным*, а проективный индекс функциональной шкалы $\overset{\circ}{\Lambda}$ относительно $I(\overset{\circ}{F})$ назовем *нормальным индексом*. В случае одного ЛВП и индуктивной шкалы ЛВП нормальные индексы применялись в [15–16]. Если r – нормальный индекс $\overset{\circ}{\Lambda}$, то при $j \in J$, $i \in r(j)$ конечны *ко-нормы*:

$$\|\Lambda^j\|^{ji} = \sup_{\|f\|_{ji} \leq 1} |\Lambda^j(f)| < \infty.$$

Пример 3.2. Тривиальное оснащение. Рассмотрим случай, когда оснащение каждого пространства шкалы $\overset{\circ}{F}_r$ содержит ровно одну топологию, т.е. $I = \{0\}$. Тогда все проективные индексы функциональных шкал на $\overset{\circ}{F}_r$ совпадают, и индуктивное разложение $\overset{\circ}{F}_r^*$ тривиально.

Пример 3.3. Слабое оснащение. Пусть $\langle \overset{\circ}{F}, \overset{\circ}{E} \rangle_d$ – проективно-индуктивная двойственность, $\mathcal{S}(F^j, E_i)$ – слабые топологии в F^j относительно двойственностей $\langle F^j, E_i \rangle$, $i \in d(j)$. Тогда система $\mathcal{S}(\overset{\circ}{F}, \overset{\circ}{E}) = \{\mathcal{S}(F^j, E_i)\}_{j \in J, i \in d(j)}$ образует проективное оснащение $\overset{\circ}{F}$, которое мы назовем *слабым оснащением*. Топологии пространств F^j , порожденные оснащением, есть слабые топологии $\mathcal{S}(F^j, E^j)$, где $E^j = \bigcup_{i \in d(j)} E_i$. Слабо оснащенную шкалу $\overset{\circ}{F}$ обозначим через $\overset{\circ}{F}_s$.

В работе [11] получено обобщение классических теорем Банаха и Банаха-Гротендика о рефлексивности в слабой топологии на случай проективно-индуктивной двойственности. Сформулируем обобщенную теорему Банаха, которая понадобится нам в доказательстве обобщенной теоремы Макки-Аренса.

Теорема 3.4. Если замкнутая двойственность $\langle \overset{\bullet}{F}, \overset{\bullet}{E} \rangle_d$ отделима по $\overset{\bullet}{E}$, то имеет место изоморфизм

$$\overline{\left(\overset{\bullet}{F}, \overset{\bullet}{S}(F, \overset{\bullet}{E}) \right)^*} \cong \overset{\bullet}{E}.$$

Пример 3.5. Другие оснащения, порожденные двойственностью. Пусть снова $\langle \overset{\bullet}{F}, \overset{\bullet}{E} \rangle_d$ – проективно-индуктивная двойственность, $t(F^j, E_i)$ – топологии Макки [17] в F^j относительно двойственностей $\langle F^j, E_i \rangle$, $i \in d(j)$. Тогда система $t(\overset{\bullet}{F}, \overset{\bullet}{E}) = \{t(F^j, E_i)\}_{j \in J, i \in d(j)}$ образует проективное оснащение $\overset{\bullet}{F}$, которое мы назовем *оснащением Макки*. Топологии F^j , порожденные оснащением, есть топологии Макки $t(F^j, E^j)$. В силу классической теоремы Макки-Аренса для любых топологий $r_i(F^j)$, удовлетворяющих неравенству

$$s(F^j, E_i) \leq r_i(F^j) \leq t(F^j, E_i),$$

верно $(F^j, r_i(F^j))^* \cong E_i$. В этом случае мы будем говорить, что проективное оснащение $r(\overset{\bullet}{F}) = \{r_i(F^j)\}_{j \in J, i \in d(j)}$ *подчинено двойственности*. Таким образом, в частности, слабое оснащение и оснащение Макки подчинены двойственности.

4. Теорема Макки-Аренса для проективно-индуктивной двойственности

Определение 4.1. Пусть $(\overset{\bullet}{F}, r(\overset{\bullet}{F}))$ – проективно оснащенная шкала ЛВП, $\langle \overset{\bullet}{F}, \overset{\bullet}{E} \rangle_d$ – проективно-индуктивная двойственность. Будем говорить, что оснащение $r(\overset{\bullet}{F})$ *согласовано с двойственностью* $\langle \overset{\bullet}{F}, \overset{\bullet}{E} \rangle_d$, если сопряженная шкала к $\overset{\bullet}{F}_r$ изоморфна $\overset{\bullet}{E}$, т.е.

$$\overline{\left(\overset{\bullet}{F}, r(\overset{\bullet}{F}, \overset{\bullet}{E}) \right)^*} \cong \overset{\bullet}{E}.$$

Сформулируем обобщенную проблему Макки для проективно-индуктивной двойственности следующим образом: описать все проективные оснащения $r(\overset{\bullet}{F})$, согласованные с двойственностью $\langle \overset{\bullet}{F}, \overset{\bullet}{E} \rangle_d$. Покажем, что естественным образом обобщенный классический критерий Макки-Аренса остается достаточным условием согласованности, а в случае линейной шкалы $\overset{\bullet}{F}$ – и необходимым условием.

Теорема 4.2. Пусть $\langle \overset{\circ}{F}, \overset{\circ}{E} \rangle_d$ – проективно-индуктивная двойственность, отделимая по $\overset{\circ}{E}$, $r(\overset{\circ}{F})$ – проективное оснащение шкалы $\overset{\circ}{F}$. Тогда:

- 1) Если выполнено обобщенное условие Макки-Аренса

$$s(\overset{\circ}{F}, \overset{\circ}{E}) \leq r(\overset{\circ}{F}) \leq t(\overset{\circ}{F}, \overset{\circ}{E}), \quad (3)$$

то оснащение $r(\overset{\circ}{F})$ согласовано с двойственностью $\langle \overset{\circ}{F}, \overset{\circ}{E} \rangle_d$.

- 2) Обратно, если $\overset{\circ}{F}$ – линейная шкала, и оснащение $r(\overset{\circ}{F})$ согласовано с двойственностью, то выполнено условие (3). В этом случае условие (3) является необходимым и достаточным для согласованности с двойственностью

Доказательство.

1. Пусть выполнено условие (3). Как уже отмечалось в примере 3.4, отсюда, в силу классической теоремы Макки-Аренса, следует

$$\left(F^j, r_i(F^j)\right)^* \cong E_i \cong \left(F^j, s(F^j, E_i)\right)^* \quad \text{при } j \in J, \quad i \in d(j).$$

Следовательно, проективные индексы функциональных шкал на $\overset{\circ}{F}_r$ и на $\overset{\circ}{F}_s$ совпадают, откуда следует равенство сопряженных шкал:

$\overleftarrow{F}_s^* = \overleftarrow{F}_r^*$. Поскольку по обобщенной теореме Банаха 3.4 для проективных шкал, справедлив изоморфизм $\overleftarrow{F}_s^* \cong \overset{\mathbf{r}}{E}$, то верно и $\overleftarrow{F}_r^* \cong \overset{\mathbf{r}}{E}$.

2. Обратно, пусть $\overset{\circ}{F}_r$ – линейная проективная шкала, и $\overleftarrow{F}_r^* \cong \overset{\mathbf{r}}{E}$.

Меняя порядок в J на противоположный: $J \rightarrow J^-$, можно рассматривать $\overset{\circ}{F}_r$ как индуктивную шкалу: $\overset{\circ}{F}_r \rightarrow \overset{\circ}{F}_r^-$.

Зафиксируем $j \in J$ и $i \in r(j)$. По следствию из обобщенной теоремы Хана-Банаха для индуктивных линейных шкал ЛВП [18–19], любой функционал $\Lambda^j \in \left(F^j, r_i(F^j)\right)^*$ можно однозначно, в силу плотности вложений продолжить до индуктивной функциональной шкалы $\overset{\circ}{\Lambda}^-$ на $\overset{\circ}{F}_r^-$.

Вновь меняя порядок: $J^- \rightarrow J$, мы получим проективную функциональную шкалу $\overset{\circ}{\Lambda}$ на $\overset{\circ}{F}$, которая, по допущению, имеет вид $\overset{\circ}{\Lambda} = \langle \cdot, x_i \rangle$ при некотором $x_i \in E_i$.

Следовательно, $\Lambda^j = \langle \cdot, x_i \rangle|_{F^j}$. Обратно, любой функционал указанного вида непрерывен на $\left(F^j, r_i(F^j)\right)$, поэтому топология $r_i(F^j)$ согласована с двойственностью $\langle F^j, E_i \rangle$.

Отсюда, по классической теореме Макки-Аренса, $s(F^j, E_i) \leq r_i(F^j) \leq t(F^j, E_i)$, т.е. выполнено условие (3).

Следствие 4.3. Пусть $\overset{\mathbf{s}}{F}_r$ – линейная проективно оснащенная проективная шкала ЛВП с плотными вложениями, \overleftarrow{F}_r^* – сопряженная шкала. Тогда

$$s(F, \overleftarrow{F}_r^*) \leq r(F) \leq t(F, \overleftarrow{F}_r^*). \quad (4)$$

Доказательство. Действительно, в силу обобщенной теоремы Банаха-Гротендика [11] для линейной проективно оснащенной проективной шкалы $\overset{\mathbf{s}}{F}_r$ с плотными вложениями двойственность $\langle \overset{\mathbf{s}}{F}_r, \overleftarrow{F}_r^* \rangle$ отделима по \overleftarrow{F}_r^* . Это позволяет применить к данной двойственности теорему 4.2 (2), откуда следует неравенство (4).

Следствие 4.4. (Теорема о конечном порядке для функциональных шкал). Пусть $\overset{\mathbf{s}}{F}_r$ – линейная проективно оснащенная проективная шкала ЛВП с плотными вложениями, $r(\overset{\mathbf{s}}{F}) = \{r_i(F^j)\}_{j \in J, i \in r(j)}$. Тогда всякая функциональная шкала $\overset{\mathbf{s}}{\Lambda} \in \overset{\mathbf{s}}{F}_r^*$ имеет постоянный проективный индекс: $r(j) \equiv i, j \in J'$.

Это непосредственно следует из равенства (4).

Следствие 4.5. (Теорема о конечном порядке для функционалов). Пусть $\overset{\mathbf{s}}{F}_r$ – линейная проективно оснащенная приведенная шкала ЛВП, F_∞ – проективный предел шкалы $\overset{\mathbf{s}}{F}_r$. Тогда любой функционал $\Lambda \in F_\infty^*$ имеет постоянный проективный индекс относительно предельного проективного оснащения $\{r_i(F) = \varinjlim_{j:r(j) \ni i} r_i(F^j)\}_{i \in I}$.

Доказательство. Напомним, что условие приведенности шкалы $\overset{\mathbf{s}}{F}_r$ означает плотное вложение F_∞ в каждое F^j . Согласно теореме о регулярных операторах на проективных шкалах ([6], с.74), любой функционал $\Lambda \in F_\infty^*$ индуцируется некоторой функциональной шкалой $\overset{\mathbf{s}}{\Lambda} \in \overset{\mathbf{s}}{F}_r^*$. Т.к., по следствию 4.4, проективный индекс $\overset{\mathbf{s}}{\Lambda}$ постоянный, то это верно и для проективного индекса Λ .

Последнее утверждение можно интерпретировать как теорему о конечном порядке обобщенных функций в случае, когда топология пространства основных функций есть повторный проективный предел и равносильно утверждению о перестановке пределов:

$$\varinjlim_{j \in J} \varinjlim_{i \in r(j)} r_i(F^j) = \varinjlim_{j:r(j) \ni i} \varinjlim_{i \in I} r_i(F^j).$$

I.V. Orlov. **Теорема Макки-Аренса для проективно-индуктивной двойности.**

РЕЗЮМЕ. Теорема Макки-Аренса про топології, погоджені з двоїстостью, перенесена на проективні оснащення проективних шкал просторів, що погоджені з проективно-індуктивною двоїстостью.

I.V. Orlov. **Mackey-Arens theorem for the projectively-inductive duality.**

SUMMARY. Mackey-Arens theorem on topologies coordinated with duality is transferred to the projective riggings of the projective scales of spaces coordinated with projectively-inductive duality.

Список использованной литературы

1. Крейн С.Г., Петунин Ю.И. Шкалы банаховых пространств //Успехи матем. наук. – 1966. – Т.21, №2. – С.89-168.
2. Крейн С.Г., Петунин Ю.И., Семенов Е.М. Интерполяция линейных операторов. – М.: Наука, 1978. – 400 с.
3. Лионс Ж.Л., Мадженес Э. Неоднородные граничные задачи и их приложения. – М.: Наука, 1971. – 400 с.
4. Березанский Ю.М., Кондратьев Ю.Г. Спектральные методы в бесконечномерном анализе. – К.: Наукова думка, 1988. – 600 с.
5. Трибель Х. Теория функциональных пространств. – М.: Мир, 1986. – 447 с.
6. Волевич Л.Р., Гиндикин С.Г. Обобщенные функции и уравнения в свертках. – М.: Наука, 1994. – 336 с.
7. Мурач О.О. Еліптичні оператори в повних шкалах функціональних просторів //Автореферат канд. дисс. – К.: Ін-т математики НАН України, 1995. – 9 с.
8. Ovchinnikov V.I. Boundedness of Operators on L_p Spaces with Arbitrary Real $1/p$ and Interpolation Theorems //Russ. Journal of Math. Phys. – 1994. – V.2, №1. – P.127-130.
9. Orlov I.V. Banach-Grothendieck theorem for the scales of spaces //Spectral and Evolution Problems. – 2000. – V.10. – P. 35-39.
10. Орлов И.В. Теорема Макки-Аренса для шкал пространств //Динамические системы. – 2000. – Вып.16. – С.165-171.
11. Орлов И.В. Теорема Банаха-Гротендика для проективных шкал пространств //Таврический вестник информатики и математики. – 2003. – №1. – С. 105-117
12. Berezansky Yu.M., Us G.F., Sheftel Z.G. Functional Analysis. V.2. – Basel-Boston-Berlin: Birkhäuser, 1996. – XVI+293 p.
13. Згуровский М.З., Мельник В.С. Нелинейный анализ и управление бесконечномерными системами. – К.: Наукова думка, 1999. – 630 с.

14. Орлов И.В. Нормальные индексы и шкалы операторных пространств //Функціональний аналіз: Праці Українського математичного конгресу-2001. – 2002. – С.193-208.
15. Orlov I.V. Normal functional indices and normal duality //Methods of Functional Analysis and Topology. – 2002. – V.8, №3. – P.61-71.
16. Orlov I.V. Normal Decomposition of Operator Spaces over Locally Convex Spaces //Functional Analysis and Its Applications. – 2002. – V.36, №4. – P.318-320.
17. Эдвардс Р. Функциональный анализ. Теория и приложения. – М.: Мир, 1969. – 1071 с.
18. Орлов И.В. Теорема Хана-Банаха в индуктивных шкалах пространств //Доповіді НАН України. – 1997. – №9. – С.32-36.
19. Орлов И.В. Принципы функционального анализа в шкалах пространств: теорема Хана-Банаха //Ученые Записки Таврического нац. ун-та. Математика. Физика. – 2000. – Т.2, №9. – С.88-95.

Поступила в редколлегию 14.02.03