

МЕХАНИКА СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

УДК 532.59

И.Т. СЕЛЕЗОВ, д-р физ.-мат. наук, Ин-т гидромеханики НАН Украины,
В.Н. КУЗНЕЦОВ, д-р физ.-мат. наук, Транспортный университет,
Н.Н. ЩЕПЕЦ, инж, Ин-т гидромеханики НАН Украины

ГЕНЕРАЦИЯ ВОЛН НА ВОДЕ ДОННЫМ ВОЗМУЩЕНИЕМ

Построено решение начально-краевой задачи, описывающей генерацию и распространение поверхностных гравитационных волн от локализованного осесимметричного подъема дна. Решение получено интегральными преобразованиями Лапласа и Ханкеля с применением численного обращения. Проведен анализ волнового движения поверхности.

Введение. В [1] представлен критический обзор постановок начально-краевых задач и методы их анализа применительно к возбуждению волн донными возмущениями в жидкости конечной глубины. В данной работе рассматривается задача о возбуждении осесимметричных волн на поверхности воды от локализованного подъема дна.

В отличие от других подходов построение решений проводится на основе интегральных преобразований Лапласа по времени t и Ханкеля по радиальной координате r с последующим аналитическим обращением преобразования Ханкеля, приводящем к интегралам, и численным обращением преобразования Лапласа. Представлены и анализируются результаты расчетов отклонения свободной поверхности $h(r, t)$ в зависимости от времени при разных расстояниях от эпицентра, а также вид свободной поверхности $h(r, t)$ на большом интервале r в некоторый фиксированный момент времени.

Постановка задачи. Жидкость предполагается несжимаемой невязкой, движение – потенциальным. При этих предположениях

движение жидкости описывается уравнением Лапласа для потенциала скоростей j

$$\frac{\partial^2 j}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial j}{\partial r} \right) = 0; \quad -H_2 \leq z \leq 0, \quad r > 0, \quad t > 0. \quad (1)$$

Граничное условие на свободной поверхности $z = 0$ имеет вид

$$\left(\frac{1}{g} \frac{\partial^2 j}{\partial t^2} + \frac{\partial j}{\partial z} \right)_{z=0} = 0. \quad (2)$$

Граничное условие на донной поверхности $z = -H_2$ выражает равенство вертикальной скорости $V_z = \frac{\partial j}{\partial z}$ скорости подъема дна $\frac{\partial x}{\partial t}$

и записывается в виде

$$\frac{\partial j}{\partial z} \Big|_{z=-H_2} = \frac{\partial x(r, t)}{\partial t}. \quad (3)$$

В начальный момент времени $t = 0$ система покоится, что выражается нулевыми начальными условиями

$$j \Big|_{t=0} = \frac{\partial j}{\partial t} \Big|_{t=0} = x \Big|_{t=0} = 0. \quad (4)$$

Отклонение свободной поверхности h определяется по формуле

$$h = -\frac{1}{g} \frac{\partial j}{\partial t} \Big|_{z=0}. \quad (5)$$

В (1) – (4) введены безразмерные величины по формулам

$$\begin{aligned} (r, z^*, H_2^*, h^*) &= (r, z, H_2, h) / gT^2, \\ t^* &= t/T, \quad j^* = j / g^2 T^3, \quad x_0^* = x_0 / gT^2. \end{aligned}$$

Величина $x(r, t)$ задается в виде

$$x(r, t) = x_0 x_1(t) x_2(r). \quad (6)$$

Решение задачи. Введем преобразование Лапласа по времени

$$f_L(r, s) = \int_0^{\infty} f(r, t) e^{-st} dt \quad (7)$$

и преобразование Ханкеля по радиальной координате

$$f_H(k, t) = \int_0^{\infty} f(r, t) r J_0(kr) dr. \quad (8)$$

После применения преобразований (7) и (8) задача (1) – (6) принимает вид

$$\frac{d^2 j_{LH}}{dz^2} - k^2 j_{LH} = 0; \quad -H_2 \leq z \leq 0; \quad (9)$$

$$\left(s^2 j_{LH} + \frac{dj_{LH}}{dz} \right) \Big|_{z=0} = 0; \quad (10)$$

$$\frac{\partial j_{LH}}{\partial z^2} \Big|_{z=-H_2} = s x_0 x_{1L}(s) z_{2H}(k). \quad (11)$$

Решение задачи (9) – (11) записывается в виде

$$j_{LH} = -\frac{s}{2k} x_0 x_{1L}(s) x_{2H}(k) \frac{(s^2 + k) e^{-kz} - (s^2 - k) e^{kz}}{s^2 \operatorname{ch} kH_2 + k \operatorname{sh} kH_2}. \quad (12)$$

Из (5) и (12) находим отклонение свободной поверхности

$$h_L = s^2 x_0 x_{1L}(s) \times \int_0^{\infty} \frac{x_{2H}(k) k J_0(kr_1)}{s^2 \operatorname{ch} kH_2 + k \operatorname{sh} kH_2} dk. \quad (13)$$

Для проведения конкретных расчетов задаем функции $x_1(t)$ и $x_2(r)$ в виде

$$x_1(t) = \begin{cases} t/t_0, & 0 < t \leq t_0, \\ \exp[-a(t - t_0)], & t \geq t_0, \end{cases} \quad (14)$$

$$x_2(r) = x (x^2 + r^2)^{-3/2}, \quad x > 0. \quad (15)$$

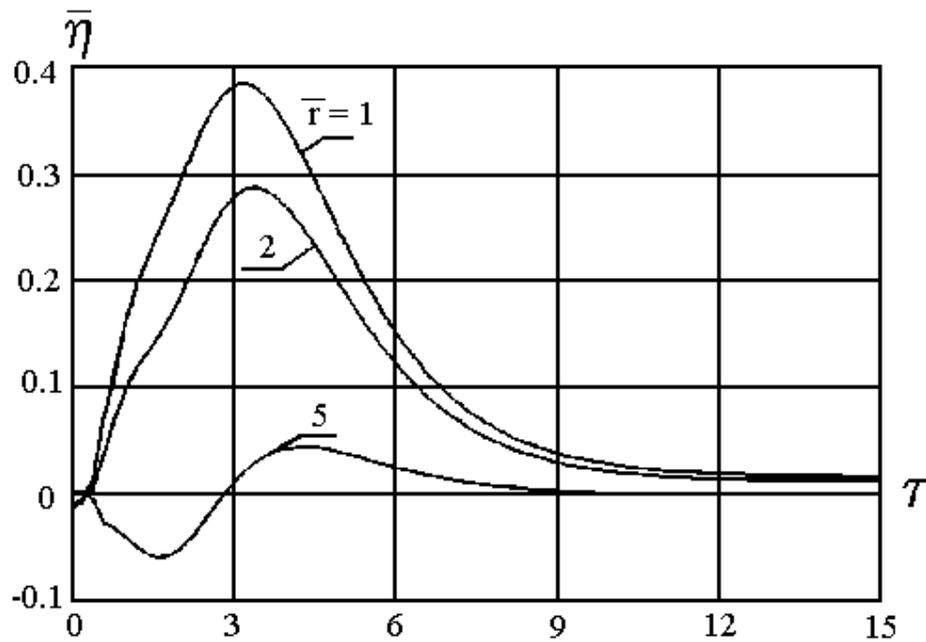


Рис.1. Изменение отклонения свободной поверхности h в зависимости от времени t для различных удалений от эпицентра: кривая 1 соответствует значению $r = 1, 2, 5$.

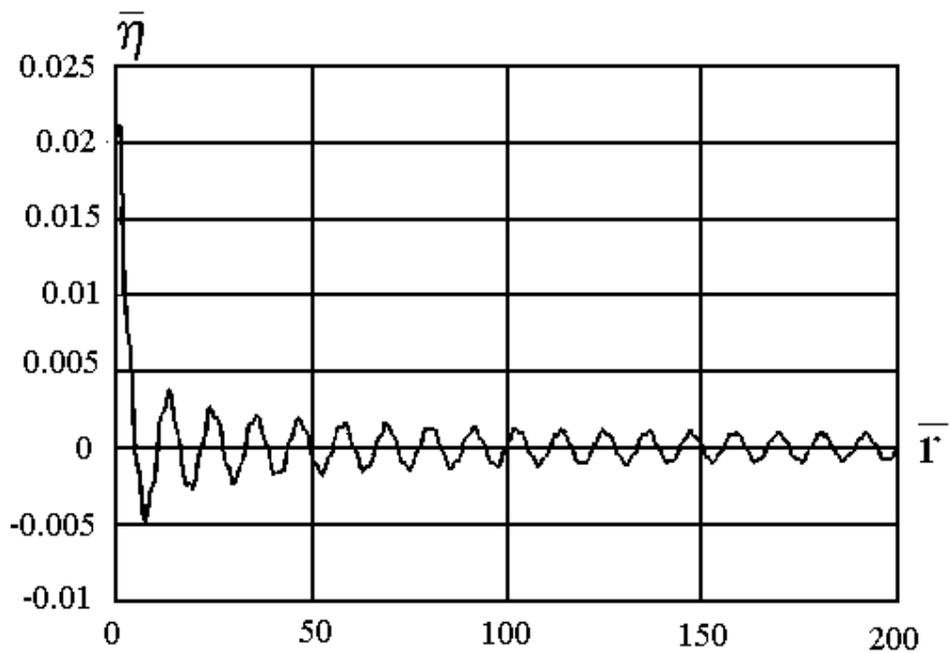


Рис.2. Изменение отклонения свободной поверхности h при удалении от эпицентра для заданного времени $t=15$.

Результаты расчетов, представленные на рис. 1, 2, справедливы для малых времен. Из Рис. 1 видно, что при удалении от контура области подвижки дна $r/a = 1$ отклонение свободной поверхности все больше искажается по сравнению с начальным возвышением, которое трансформируется в расходящиеся цилиндрические волны и в связи с этим сопровождается убыванием амплитудных значений.

Работа выполнена при поддержке Государственным Фондом фундаментальных исследований Украины (Грант 01.07/00079).

И.Т. Селезов. Генерація хвиль на воді донним збуренням.

РЕЗЮМЕ. Побудовано розв'язок початково-крайової задачі, що описує генерацію і поширення поверхневих гравітаційних хвиль від локалізованого осесиметричного підйому дна. Розв'язок одержано інтегральними перетвореннями Лапласа та Ханкеля при застосуванні чисельного обернення. Проведено аналіз хвильового руху поверхні.

I.T. Selezov. Water wave generation by a bottom disturbance.

SUMMARY. The solution of initial boundary value problem describing generation and propagation of surface gravity waves due to localized axisymmetric bottom elevation is obtained. The solution is obtained by using Laplace and Hankel transforms with using numerical inversion. The analysis of surface wave motion is carried out.

Список использованной литературы

1. Selezov I. T. Tsunami wave excitation by a local floor disturbance. – Book of Abstracts. TO Advanced Research Workshop. Underwater Ground Failures on Tsunami Generation, Modeling, Risk and Mitigation, May 23-26, 2001, Istanbul, Turkey, 2001. P. 94-100.
2. Войт С. С. Волны цунами. – В кн. : Океанология. Физика океана. Сер. Океанология. – М. : ВИНТИ, 1975, с. 70-90.
3. Hammack J. L. A note on tsunami: their generation and propagation in an ocean of uniform depth. – J. Fluid Mech., 1973, 60, p. 769-800.
4. Murty T. S. Seismic sea waves tsunami. Ottawa, Canada, 1977.

Поступила в редколлегию 16.06.03