УДК 681.5.015.42

Е.А. ШУШЛЯПИН, докт. техн. наук, Севастоп. нац. техн. ун-т

АЛГОРИТМ СИГНАЛЬНОЙ САМОНАСТРОЙКИ ПО ЭТАЛОННОЙ МОДЕЛИ

Разработан алгоритм адаптивного управления нелинейными многомерными системами, реализующий свойства заданных эталонных моделей. Алгоритм получен в форме обратной связи от измеряемых фазовых координат и выходов эталонной модели на основе применения теории моделей конечного состояния.

Рассмотрим один из классов адаптивных систем – системы с сигнальной самонастройкой по эталонной модели при параллельной схеме ее включения [1]. Целью систем данного класса является воспроизведение динамических свойств эталонной модели путем формирования некоторого управляющего сигнала на входе. Сформулированная задача имеет и некоторое сходство с известной задачей приводимости, когда одна система приводится к другой, полностью или частично воспроизводя ее свойства.

В [2] сформулированная задача сигнальной самонастройки для случая одинаковых размерностей управляемой и эталонной систем решена на основе применения одного метода терминального управления, имеющего название «метод конечного состояния» [3]. В [2] сформулированы критерии приводимости систем и алгоритм самонастройки, позволяющий для многомерных нелинейных дифференциальных систем с гладкими правыми частями и аддитивным векторным управляющим воздействием приближенно воспроизводить траектории эталонной линейной системы. Там же показано, что к приведенной системе можно применять классические методы линейной коррекции.

В предлагаемой статье рассматривается модификация алгоритма сигнальной самонастройки для случая, когда приводимая и эталонная модели имеют разный порядок, причем эталонная модель в общем случае нелинейная.

Математическая формулировка задачи следующая: система в векторно-матричной записи

$$\frac{dx}{dt} = \Phi^x(t, x, f(t)) + B(t)u(t),\ u(t) \in U(t), t \in [t_0, t_f], x(t_0) = x^0 \quad (1)$$

приводится к векторно-матричной эталонной системе

$$\frac{dy}{dt} = \Phi^y(t, y, f(t)),\ f(t) \in \Omega(t), t \in [t_0, t_f],\ y(t_0) = y^0, \quad (2)$$

если можно найти такой r-мерный вектор управления $u(t) = u(t, x(t), y(t), f(t))$, что интеграл от нормы разности $\Delta(t) = x^u(t) - y^u(t)$ не превышает наперед заданного числа Δ^*. В (1) и (2) $x^u \in x, y^u \in y$ - $(n\times 1)$- подвекторы векторов состояний $x = n^x \times 1$, $y = n^y \times 1$, $U(t)$, $\Omega(t)$ - ограничения на приводящее управление и внешние воздействия соответственно. В качестве нормы можно использовать квадратическую форму с неотрицательно определенной матрицей F. При этом указанное ограничение примет вид

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \Delta(t)^T \cdot F \cdot \Delta(t) dt \le \Delta^* .$$

Вместо последнего ограничения можно рассматривать критерий

$$J(t) = \Delta(t)^T F \Delta(t) \to \min \ \forall t \in [t_0, t_f], \tag{3}$$

который отражает принцип локальной оптимизации и легче реализуем на практике.

Выбором элементов матрицы F можно задавать цели сигнальной самонастройки, в частности – для обеспечения приближенной эквивалентности приводимой и эталонной систем по отдельным координатам.

Следуя [2], введем переменные конечного состояния (ПКС) для систем (1) и (2), которые обозначим соответственно $\bar{x}(J,t)$ и $\bar{y}(J,t)$. ПКС связаны с переменными состояния соотношениями [3], [4]

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d\bar{x}(J,t)}{dJ} = \Phi^x(J, \bar{x}(J,t), f(J)), \frac{d\bar{x}(t_f,t)}{dt} = W^x(t_f, t, x(t)) \cdot B(t) \cdot u(t),\\
&\frac{dW^x(J,t,x(t))}{dJ} = \left[\frac{\P\Phi^x(J, x, f(J))}{\P x}\right]\Bigg|_{x=\bar{x}(J,t)} \cdot W^x(J,t,x(t)),\\
&J \in [t, t_f], \bar{x}(t,t) = x(t), W^x(t,t,x(t)) = I, t \in [t_0, t_f], \bar{x}(t_f, t_0) = \bar{x}^0.
\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d\bar{y}(J,t)}{dJ} = \Phi^y(J, \bar{y}(J,t), f(J)), \frac{d\bar{y}(t_f,t)}{dt} = 0,\\
&J \in [t, t_f], \bar{y}(t,t) = y(t), t \in [t_0, t_f], \bar{y}(t_f, t_0) = \bar{y}^0.
\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

В соотношениях (4) и (5) I – единичная матрица, W^x – переходная матрица для системы (1), $\bar{x}^0, \bar{y}^0$ – начальные условия по ПКС $\bar{x}, \bar{y}$, которые могут быть определены интегрированием первых векторно-матричных однородных уравнений из (4), (5). Дифференциальное уравнение для $\bar{y}(t_f,t)$ как функции t имеет нулевую правую часть, так как в эталонной системе (2) нет аддитивного воздействия.

Одним из основных соотношений, составляющих основу метода конечных состояний, является равенство переменных состояния и ПКС при одинаковых значениях первого и второго аргументов последних. В (4) и (5) указанное соотношение для переменных приводимой и эталонной моделей записаны дважды в виде начальных условий $\bar{x}(t,t)=x(t), \bar{y}(t,t)=y(t)$. Аналогичные выражения можно записать и для конечного момента t_f:

$$\bar{x}(t_f,t_f)=x(t_f), \bar{y}(t_f,t_f)=y(t_f). \tag{6}$$

Решим вначале задачу приводимости для конечного времени, т.е. для критерия $J(t_f)=\Delta(t_f)^T F\Delta(t_f)\to J^*$. Для этого запишем критериальную функцию времени $\bar{J}(t_f,t)$, образованную из терминального критерия, где вместо конечных значений переменных состояния подставлены ПКС. В силу (6) $\bar{J}(t_f,t_f)\equiv J$.

$$\begin{gathered}\bar{J}(t_f,t)=\bar{\Delta}(t_f,t)^T\cdot F\cdot\bar{\Delta}(t_f,t), \quad \bar{J}(t_f,t_f)=J,\\ \bar{\Delta}(t_f,t)=\bar{x}(t_f,t)-\bar{y}(t_f,t).\end{gathered} \tag{7}$$

Продифференцируем (7) по t с учетом (4) и (5).

$$\begin{gathered}\frac{d\bar{J}(t_f,t)}{dt}=2\bar{\Delta}(t_f,t)^T F\frac{d\bar{\Delta}(t_f,t)}{dt}=\\ =2\bar{\Delta}(t_f,t)^T F\left[W^x(t_f,t,x(t))B(t)u(t)-0\right].\end{gathered} \tag{8}$$

Потребуем, чтобы критериальная функция $\bar{J}(t_f,t)$ изменялась по траектории, приходящей в конечный момент времени в точку, равную заданному минимально достижимому значению $J^*\le\Delta^*$. Этого можно достичь, если, например, $\bar{J}(t_f,t)$ определено дифференциальным уравнением

$$\frac{d\bar{J}(t_f,t)}{dt}=\frac{J^*-\bar{J}(t_f,t)}{T_u}, \tag{9}$$

где $T_u=t_f-t$.

При этом, если достижимо нулевое значение J^*, система (1) приводима к (2) по конечному времени. В противном случае можно лишь утверждать, что при выбранном законе изменения $\bar{J}(t_f,t)$ (9) приводимость не достигается. Критерием точной приводимости при заданных начальных условиях, внешнем воздействии $f(t)$ и моменте t_f является достижимость $J^* = 0$ с учетом того, что $\Delta(t_f) = \overline{\Delta}(t_f, t_f)$.

Приравнивая (8) и (9) и выполняя псевдообращение, получаем выражение для приводящего управления

$$u(t) = G^+ \cdot (J^* - \overline{J}(t_f, t))/(2T_u),\ G^+ = G^T/(GG^T),$$
$$G = (1 \times r) = \overline{D}^T(t_f, t) \cdot F \cdot W^x(t_f, t, x(t)) \cdot B(t). \tag{10}$$

Полученное управление зависит от ПКС $\overline{x}(t_f, t)$, $\overline{y}(t_f, t)$, переходной матрицы W^x, как функции второго аргумента, текущих состояний приводимой и эталонной систем $x(t)$ и $y(t)$. Последние две зависимости – неявные через $\overline{\Delta}(t_f, t) = \overline{x}(t_f, t) - \overline{y}(t_f, t)$, где ПКС $\overline{x}, \overline{y}$ являются функциями $x(t)$ и $y(t)$ согласно их определениям из (4) и (5), как функциям первого аргумента. Отметим также, что $\overline{x}, \overline{y}, W^x$ являются и функциями $f(t)$.

Перейдем теперь к задаче приводимости с критерием (3), т.е. приводимости на всем интервале времени. Для ее решения разобьем весь временной интервал $[t_0, t_f]$ на малые интервалы $[t_i, t_i + h)$, $i = 1, 2, ..., N$ длительностью h и для каждого из таких интервалов воспользуемся алгоритмом (10), считая $t \sim t_i, t_f \sim t_i + h \equiv t_{i+1}$. При этом ввиду малости интервала расчет ПКС и нелинейных переходных матриц можно упростить, заменив интегрирование дифференциальных уравнений разностными уравнениями. Так, для $\overline{x}$ и W^x имеем:

$$\overline{x}(t_{i+1}, t_i) = \overline{x}(t_i, t_i) + \Phi^x(t_i, \overline{x}(t_i, t_i)) \cdot h,$$
$$W^x(t_{i+1}, t_i, x(t_i)) = W^x(t_i, t_i, x(t_i)) +$$
$$+ \left[\frac{\partial \Phi^x(t_i, x)}{\partial x} \right]_{x = \overline{x}(t_i, t_i)} \cdot W^x(t_i, t_i, x(t_i)) \cdot h.$$

С учетом начальных условий из (4) последние выражения приобретают более простой вид

$$\overline{x}(t_{i+1}, t_i) = x(t_i) + \Phi^x(t_i, x(t_i)) \cdot h,$$
$$W^x(t_{i+1}, t_i, x(t_i)) = I + \left[\frac{\partial \Phi^x(t_i, x)}{\partial x} \right]_{x = x(t_i)} \cdot h. \tag{11}$$

Аналогично для $\overline{y}$ запишем равенство

$$\overline{y}(t_{i+1}, t_i) = y(t_i) + \Phi^y(t_i, y(t_i)) \cdot h,. \tag{12}$$

Теперь управление (10), в котором необходимо заменить t на t_i, t_f на t_{i+1}, зависит только от текущих значений переменных состояния систем (1) и (2), внешнего воздействия $f(t)$ и моделей приводимой и эталонной систем.

Проверка алгоритма (10), (11), 12) на примерах показала, что с его помощью удается действительно придавать нелинейным системам свойства эталонных моделей, что позволяет сделать вывод о практической значимости предлагаемого подхода к формированию алгоритмов управления. На одном из примеров показано, что рассматриваемый алгоритм обладает высокой степенью робастности по отношению к внешним возмущениям и параметрическим рассогласованиям между приводимой системой и ее моделью. Следует отметить также и то, что алгоритм расчета управления достаточно прост и может быть реализован на управляющих компьютерах в реальном времени.

Є.А.Шушляпін.**Алгоритм сигнального самонастроювання по еталонній моделі**

РЕЗЮМЕ. Розроблений алгоритм адаптивного керування нелінійними багатомірними системами, що реалізує властивості заданих еталонних моделей. Алгоритм отриманий у формі зворотного зв'язку від вимірюваних фазових координат і виходів еталонної моделі на основі застосування теорії моделей кінцевого стану.

E.A.Shushlyapin. **Algorithm of signal self-determination by a reference model**

SUMMARY. There was developed an algorithm of adaptive controlling nonlinear multivariate systems, which realize features of given reference models. Algorithm was derived in a form of a feedback from measured phase coordinates and outputs of reference model based on using a terminal state models theory.

Список использованной литературы

1. Фурасов В.Д. Устойчивость движения, оценки и стабилизация – М.:Наука, 1977.– 248с.
2. Шушляпин Е.А. Применение моделей конечного состояния в неклассической задаче приводимости систем // Вестник СевГТУ «Механика, энергетика, экология»; Севаст.гос.техн.ун-т.– Севастополь, 2002. – Вып. 38, С.25-32.
3. Алексеев В.М. Об одной оценке возмущений обыкновенных дифференциальных уравнений // Вестн. Москов. ун-та. Сер.1.Математика, механика. – 1961. – №2. – С.28 - 36.
4. Шушляпин Е.А.Канов Л.Н. Синтез терминального управления методом конечного состояния // Известия вузов «Электромеханика». – 2000. – №1. – С.72-75.

Поступила в редколлегию 16.04.03